Prof. Dr. Alfred Toth

Mass und Zahl, Relation und Ordnung

1. Eine Zahl zählt Objekte, ein Zeichen repräsentiert sie, und ein Mass misst sie. Während wir jedoch ein Objekt dadurch repräsentieren, dass wir ihm eine Zeichenklasse zuordnen und es dadurch messen, dass wir einen Betrag in einer bestimmten Grösse auf es abwenden, verläuft der Zählprozess in doppelter und merkwürdiger Weise:

1.1. Zuordnung von Nummern (Ordinalzahlen) zu Objekten, z.B.

◬	⊙	⨸	⊗	⊕		⊙	⊗	⊕	⨸	◬
↑	↑	↑	↑	↑	⇒	↑	↑	↑	↑	↑
1.	2.	3.	4.	5.		2.	4.	5.	3.	1.

Dass Zählen primär via Ordinalzahlen (Nummern) und nicht via Kardinalzahlen verläuft, bedeutet, dass im Bedarfsfalle beim Zählen Objekte umgestellt werden können.

1.2. Wechsel von Ordinal- und Kardinalzahlen durch Positionsabstraktion:

1.	2.	3.	4.	5.
↓	↓	↓	↓	↓
1	2	3	4	5,

denn hier ist ein Wechsel der Reihenfolge (Ordnung) nicht mehr möglich:

1.	2.	3.	4.	5.
↓	↓	↓	↓	↓
*2	*4	*1	*5	*3.

Kardinalzahlen, d.h. diejenigen Zahlen, mit denen wir operieren (addieren, subtrahieren, multiplizieren, dividieren, potenzieren, radizieren) können, sind also nichts anderes als positonsabstrahierte Ordinalia. Die kardinale Zahl verdankt also ihre Existenz einer prävalenten Ordnung, ohne die weder Gleiches noch Differentes weder wahrgenommen noch in eine bestimmte Reihenfolge gebracht werden kann.

2. Die Masszahl setzt dagegen eine Relationszahl voraus, die ja im übrigen bereits von Bense, wenn auch eher, vage stipuliert worden war (1981, S. 26 f.) denn ein Mass ist ja immer eine Differenz zwischen zwei kardinalen Werten, weshalb eine Masszahl als Relationszahl immer das Konzept der Kardinal- und nach dem oben Gesagten mit auch der Ordinalzahl voraussetzt. Wenn wir messen, messen wir immer den Abstand zwischen zwei Kardinalzahlen. Wenn aus der Grösse ein Mass wird, dann normieren wir diesen Abstand. Dieser Abstand ist also ursprünglich nichts anderes als die Veränderung einer Ordinalzahl innerhalb ihrer Ordnung. Und wie man oben gesehen hat, spielt es ja überhaupt keine Rolle, von welcher Ordnung einer n-wertigen Folge wir ausgehen, z.B.

1.	2.	3.	4.	5.
2.	4.	5.	3.	1.
3.	1.	2.	5.	4.,

denn bereits für n = 3 bekommen wir 3! = 6 mögliche Ordnungen, für das obigen Beispiel mit n = 5 sind es 5! = 120, allgemein also n! einander prinzipiell gleichberechtigte Ordnungen.

Bibliographie

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

14.2.2011